

Gleichungen in der Mathematik

1. Einführung

Bisher bekannt:

$$T(x) = x^2 + 1$$

↑
Variable, die ein Platzhalter für eine Zahl ist.

$$T(3) = 3^2 + 1 = 10 \Rightarrow T(3) = 10$$

↑
Setzt man für die Variable eine Zahl ein, dann erhält man den Terwert für diese Einsetzung als Ergebnis.

Neu: $x^2 + 1 = 2 \cdot x + 4$
 $T_1(x) = T_2(x)$

Definition

Werden zwei Terme $T_1(x)$ und $T_2(x)$ durch ein Gleichheitszeichen verbunden, nennt man dies Gleichung.

2. Lösungsmethoden für Gleichungen

Beispiel: $x^2 + 1 = 2x + 4$

$$T_1(x) = T_2(x)$$

a) gezieltes Probieren

x	$T_1(x)$	$T_2(x)$	=?
-1	2	2	✓
2	5	8	✗
3	10	10	✓

Da die höchste Potenz von x den Exponenten 2 besitzt, hat die Gleichung höchstens zwei Lösungen. Diese werden in der Lösungsmenge zusammengefasst:

$$\mathbb{L} = \{-1; 3\}$$

b) Methode der Umkehraufgabe

Beispiel: Finde die Lösung von folgender Gleichung.

$$3 \cdot x + 5 = -4$$

Umkehraufgabe 1:

$$3 \cdot x = -4 - 5$$

$$3 \cdot x = -9$$

Umkehraufgabe 2:

$$x = (-9) : 3$$

$$x = -3$$

$$\Rightarrow \mathbb{L} = \{-3\}$$

Merksatz:

Beim Verfahren mit Umkehraufgaben muss die erste Umkehraufgabe so gewählt werden, dass auf einer Seite nur ein Produkt mit der Variable steht.