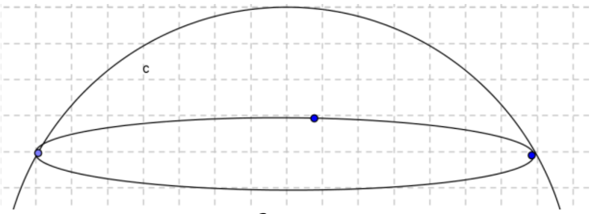
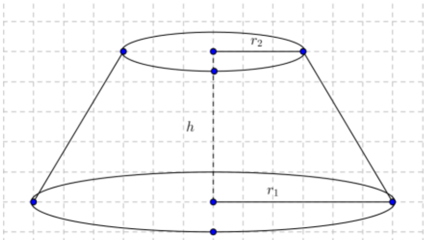
Themen: Der Kreis und seine Teile und die Kugel

Sätze und Definitionen	Musteraufgaben
Gesetze am Kreis Die Kreisfläche wird beschrieben durch die Formel $A = r^2\pi$ und seine Umfang wird berechnet nach dem Gesetz $U = 2r\pi$ Dementsprechend wird die Fläche eines Kreissektors mit gegebenen Zentriwinkel α bestimmt durch $A = \frac{\alpha}{360°} r^2\pi$ und sein Umfang durch $U = 2r + br\pi$ mit $b = \frac{\alpha}{180°} r\pi$ Aus dem Bogen am Einheitskreis kann man dann das Bogenmaß – arcus – des Winkels definieren: $\text{arc}(\alpha) = \frac{\alpha}{180°} \cdot \pi$	**MA 1** Zeige, dass man die Sektorenfläche bei gegebener Bogenlänge und gegebenem Radius berechnen kann durch die Formel: $A = \frac{1}{2} br$ Lösung: Setze in die Formel $A = \frac{\alpha}{360°} r^2\pi$ die nach α aufgelöste Bogenformel $b = \frac{\alpha \cdot r\pi}{180°} => \alpha = \frac{180° \cdot b}{r\pi}$ ein: $A = \frac{\frac{180°}{r\pi} \cdot b}{360°} r^2\pi = \frac{1}{2} br$ **MA 2** Ein Kreissektor hat den Umfang 20 cm und den Flächeninhalt 25 cm². Berechne seinen Radius. $20 \text{ cm} = 2r + b => b = 20 \text{ cm} - 2r$ $A = \frac{1}{2} br => 25 \text{ cm}^2 = (10 \text{ cm} - r)r$ $r^2 - 10 \text{ cm} \cdot r + (5 \text{ cm})^2 = -25 \text{ cm}^2 + 25 \text{ cm}^2$ $(r - 5 \text{ cm})^2 = 0 => r = 5 \text{ cm}$
Gesetze an der Kugel Das Volumen einer Kugel wird berechnet durch $V = \frac{4}{3} r^3\pi$ und ihre Oberfläche wird berechnet nach der Formel $S = 4r^2\pi$ Das Volumen einer Kugelhaube bzw. eines Kugelsegment der Höhe h bei gegebenen Radius r wird berechnet nach der Formel  $V = \frac{h^2}{3} \pi (3r - h)$	**MA 1** Eine Kugel besitzt das gleiche Volumen wie ein Zylinder, dessen Durchmesser mit seiner Höhe identisch ist. Bestimme die Kugeloberfläche in Abhängigkeit des Zylinderradiuses. $V_{\text{Zylinder}} = r^2\pi \cdot r = r^3\pi$ $\frac{4}{3} R^3\pi = r^3\pi => R = \frac{3}{4} r$ Anwendung der Oberflächenformel liefert: $S = 4R^2\pi = 4 \cdot \frac{3}{4} r^3\pi = 3r^3\pi$ **MA 2** Eine Kugel ist in einem Zylinder einbeschrieben. Der Zylinder hat die Oberfläche von $246 \text{ cm}^2\pi$. Berechne das Volumen der Kugel. Da die Kugel dem Zylinder einbeschrieben ist, muss der Durchmesser des Zylinders auch der Höhe des Zylinders entsprechen. Damit kann man den Radius des Zylinders berechnen, der gleichzeitig der Radius der Kugel ist: $2\pi(r^2 + 2r \cdot r) = 245 \text{ cm}^2\pi$ $6r^2 = 246\, cm^2$ $r = \sqrt{41} \text{ cm}$ Berechnung des Kugelvolumens: $V = \frac{4}{3} \cdot 41 \text{ cm}^3\sqrt{41}\,\pi = \frac{164}{3} \text{ cm}^3\pi\sqrt{41}$

Definitionen und Sätze	Musteraufgaben
Weitere geometrische Körper Ein weiterer geometrischer Körper ist der Kegelstumpf. Dieser wird durch die folgende Abbildung beschrieben:  Für das Volumen dieses Körpers existiert die nachstehend genannte Berechnungsformel: $$V = \frac{h}{3}\pi(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$$	**MA 1** Von einem Kegelstumpf ist bekannt, dass der obere Kreis einen Radius von 5 cm und der untere Kreis einen Radius von 15 cm besitzt. Die Seitenkante des Kegelstumpfs ist gegenüber der Grundfläche um 45° geneigt. Bestimme das Volumen des Kegelstumpfs. Die Höhe des Kegelstumpfs ermittelt man durch: $$\tan\alpha = \frac{h}{r_1 - r_2} => h = (r_1 - r_2) \cdot \tan\alpha$$ $$h = 10\text{ cm} \cdot \tan 45° = 10\text{ cm}$$ Einsetzen in die Volumenformel des Kegelstumpfes ergibt: $$V = \frac{10\text{ cm}}{3}\pi \cdot \left((15\text{ cm})^2 + 15\text{ cm} \cdot 5\text{ cm} + (5\text{cm}^2)\right)$$ $$V = 3{,}4\text{ dm}^3$$