Aufgaben zur ganzrationalen Funktion

1. Gegeben ist die ganzrationale Funktion

$$f : x \mapsto f(x) = \frac{1}{2}x^3 - x^2 - \frac{1}{2}x + 1$$

   a) Berechne $f(0)$ und ermittle durch Rechnung die Nullstellen der Funktion.

   b) Faktorisiere den Funktionsterm mit Hilfe des Nullstellensatzes und erstelle eine Vorzeichentabelle für die Funktionswerte.

   c) Berechne $f(1{,}5)$ und markiere im Koordinatensystem die Bereiche, in welchen der Funktionsgraph nicht verlaufen kann.

   d) Zeichne den Graphen der Funktion in ein Koordinatensystem. Dabei kannst du annehmen, dass $f(0)$ und $f(1{,}5)$ näherungsweise lokale Extremwerte der Funktion darstellen.

2. Gegeben ist die ganzrationale Funktion

$$f : x \mapsto f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x - 9$$

   a) Berechne die Nullstellen der Funktion und berechne $f(0)$.

   b) Gib die Funktionsgleichung der Funktion in faktorisierter Darstellung an und fertige für die Funktionswerte eine Vorzeichentabelle an.

   c) Markiere in einem Koordinatensystem alle Bereiche, in welchen der Graph der Funktion nicht verlaufen kann.

   d) Skizziere den Graphen der Funktion in einem geeigneten Koordinatensystem. Berechne dazu den Funktionswert vom Mittelwert der beiden Nullstellen, von dem man näherungsweise annehmen kann, dass es sich bei ihm um ein relatives Extrema des Funktionsgraphen handelt.

3. Gegeben ist die ganzrationale Funktion

$$f : x \mapsto f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$$

   a) Zeige, dass die Funktion achsensymmetrisch bezüglich der y- Achse des Koordinatensystems ist.

   b) Zeige, dass $f(1)$ und $f(-1)$ eine untere Schranke des Funktionsgraphen festlegen.

   c) Berechne die Nullstellen des Funktionsgraphen und berechne $f(0)$.

   d) Fertige eine Vorzeichentabelle für die Funktionswerte an und kennzeichne in einem Koordinatensystem, in welchen Gebieten der Funktionsgraph nicht verlaufen kann.

e) Zeichne aufgrund der bisherigen Ergebnisse den Graphen in das angelegte Koordinatensystem ein.