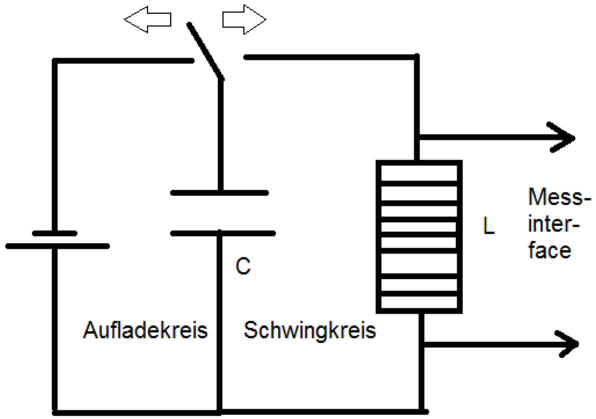
Der elektromagnetische Schwingkreis

Versuchsaufbau:



Funktionsweise:

Wird der Schalter so gelegt, dass der Aufladekreis geschlossen ist, dann wird der Kondensator geladen, d.h. er speichert elektrische Energie.

Wird der Schalter so gelegt, dass der Aufladekreis unterbrochen ist und der Schwingkreis geschlossen wird, dann laufen folgende Prozesse ab:

- Der Kondensator entlädt sich => Es entsteht ein Stromfluss im Schwingkreis (kinetische Energie der Elektronen) => An der Spule baut sich ein Magnetfeld auf => Energie wird in dem Magnetfeld gespeichert. Ist der Kondensator vollständig entladen => Stromfluss nimmt ab => Abbau des Magnetfelds => Gespeicherte Energie des Magnetfelds lädt den Kondensator entgegengesetzt auf => Wiederholung der Prozesse.
- Es entsteht ein periodischer Lade- und Entladeprozess am Kondensator. Dieser Prozess wird als elektromagnetische Schwingung bezeichnet.

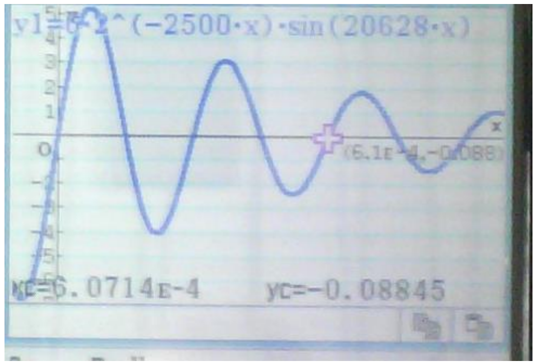
Genaue Untersuchung des Spannungsverlaufs zeigen folgende Besonderheiten:

- Die Amplitude des Graphen im t-U- Diagramm nimmt mit der Zeit ab.
- Die Periodendauer besitzt einen konstanten Wert.

Definition:

Eine Schwingung, bei der die Periodendauer einen konstanten Wert besitzt und die Amplitude abnimmt, wird als gedämpfte harmonische Schwingung bezeichnet.

Bild des Messinterfaces für die an der Spule gemessene Spannung:



Bestimmung der Periodendauer

Technische Daten des Schwingkreises:

- Kapazität des Kondensators: $47 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{F}$
- Induktivität der Spule: $50 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{H}$

Im Experiment bestimmte Periodendauer des Schwingkreises:

$$T_{\text{experimentell}} = 3{,}0 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{s}$$

Ziel:

Herstellung eines Zusammenhanges zwischen der Periodendauer und den Größen der Induktivität der Spule und der Kapazität des Kondensators.

Einheitenbetrachtung:

$$[C] = 1\ \mathrm{F}{=}1\ \frac{\mathrm{As}}{\mathrm{V}}$$

$$[L] = 1\ H = 1\ \frac{Vs}{\mathrm{A}}$$

$$[CL] = 1\ s^2$$

Damit gilt für die Periodendauer:

$$LC \sim T^2$$

$$T = k \cdot \sqrt{LC}$$

Bestimmung der Konstanten k:

$$3{,}00 \cdot 10^{-4}\mathrm{s}{=}k \cdot \sqrt{50{,}0 \cdot 10^{-6} \cdot 47{,}0 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{s}^2}$$

$$3{,}00 \cdot 10^{-4}\mathrm{s} = k \cdot 4{,}85 \cdot 10^{-5}\mathrm{s}$$

$$k = 6{,}2 = 2\pi$$

Merksatz:

Die Periodendauer eines Schwingkreises wird berechnet durch die folgende Gleichung:

$$T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$$

Diese Gleichung wird in der Literatur als Thomson-Gleichung bezeichnet.

Anwendungsaufgabe:

Ein elektromagnetischer Schwingkreis besteht aus einer Spule der Induktivität $3{,}00 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{H}$ und einem Plattenkondensator mit der Fläche von $10{,}0\ \mathrm{cm}^2$. Die dadurch erzeugte elektromagnetische Schwingung besitzt eine Frequenz von $115\ \mathrm{MHz}$.

a) Ermittle durch Berechnung, welche Spannung an dem Aufladekreis angelegt werden muss, damit diese Schwingung zustande kommt, wenn die Ladung des Kondensators $45\ \mathrm{nC}$ beträgt.

b) Bestimme aus den bisher erzielten Ergebnissen den Plattenabstand des Kondensators.

Lösung:

a) Berechnung der Spannung

$$f = \frac{1}{T} => T = \frac{1}{f} = \frac{1}{115 \cdot 10^6 \frac{1}{\mathrm{s}}} = 8{,}70 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{s}$$

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$\frac{T}{2\pi} = \sqrt{LC}|^2$$

$$\frac{T^2}{4\pi^2} = LC => C = \frac{T^2}{4\pi^2 L} = \frac{(8{,}70 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{s})^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot 3{,}00 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{H}} = 6{,}38 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{F}$$

$$C = \frac{Q}{U} => U = \frac{Q}{C} = \frac{45 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C}}{6{,}38 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{F}} = 7053\ \mathrm{V}{=}7{,}05{\cdot}10^3\ V$$

b) Berechnung des Plattenabstands:

$$C = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d} => d = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{C} = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}} \cdot \frac{10 \cdot (0{,}01\ \mathrm{m})^2}{6{,}38 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{F}}$$

$$d = 1{,}39\ \text{mm}$$

Eine weitere Übungsaufgabe:
An dem Aufladekreis liegt eine Spannung von $5{,}50\ \text{kV}$ an. Die Spule des Schwingkreises besitzt eine Induktivität von $4{,}00\ \mu\text{H}$. An dem zur Spule parallelgeschaltenen Oszillosgraphen wird die Frequenz der enstehenden elektromagnetischen Schwingung zu $98{,}0\ \text{MHz}$ ermittelt.

a) Berechne die vollständige Ladung des Kondensators
b) Der Kondensator besitzt einen Abstand von 3,00 µm zwischen den Platten. Bestimme die zugehörige Plattenfläche durch Rechnung.

Lösung der Hausaufgabe

a) Ladung des Kondesators:
Über die Thomson-Gleichung wird Kapzität bestimmt:

$$\frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow \frac{1}{2\pi f} = \sqrt{LC} \Rightarrow \frac{1}{4\pi^2 f^2} = LC$$

$$C = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot \left(98{,}0 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{s}}\right)^2 \cdot 4{,}00 \cdot 10^{-6}\text{H}}$$

$$C = 6{,}59 \cdot 10^{-13}\text{F}$$

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow Q = CU = 6{,}59 \cdot 10^{-13}\text{F} \cdot 5{,}50 \cdot 10^3\ \text{V} = 3{,}63 \cdot 10^{-9}\text{C}$$

b) Berechnung der Kondensatorfläche:

$$C = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \Rightarrow A = \frac{Cd}{\varepsilon_0} = \frac{6{,}59 \cdot 10^{-13}\ \text{F} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{-6}\text{m}}{8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\frac{\text{As}}{\text{Vm}}}$$

$$= 2{,}24 \cdot 10^{-7}\text{m}^2$$

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{l}$$