

Aufgaben zur Allgemeinen Sinusfunktion

1. Entwicklung des Graphen einer Sinusfunktion:

a. Umformung der Funktionsgleichung:

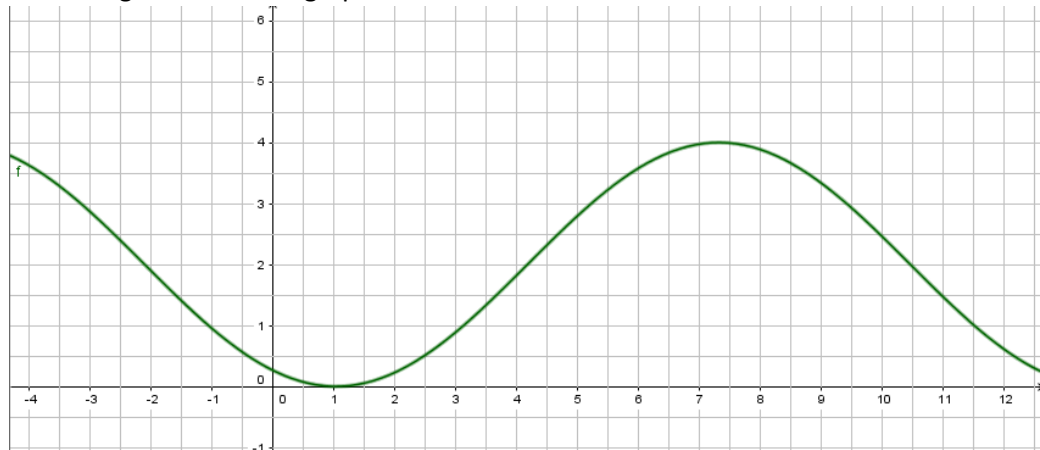
$$f(x) = 2 \cdot \sin\left(\frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right) + 2$$

Parameterwerte: Amplitude $a = 2$, Periodenlänge $p = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

Verschiebung nach rechts: $\frac{\pi}{2}$

Verschiebung nach oben: 2

b. Zeichnung des Funktionsgraphen



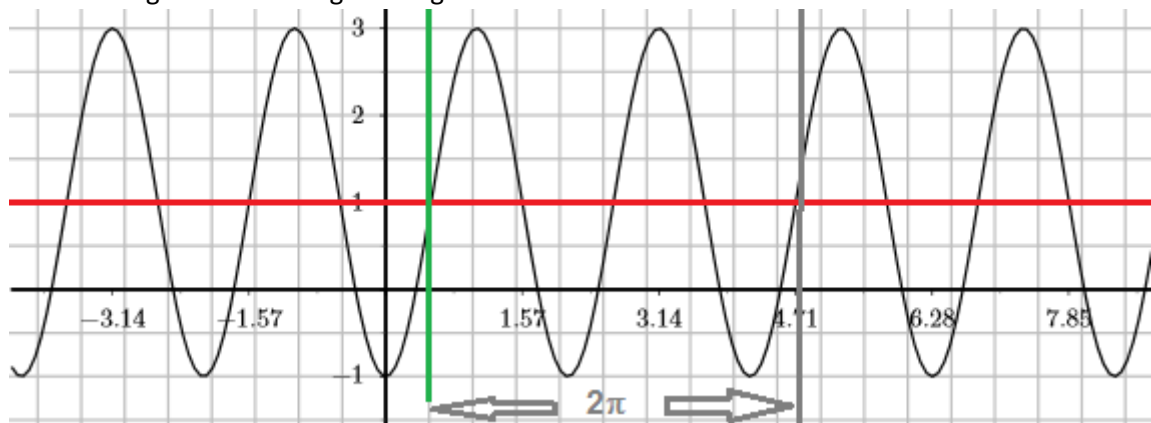
c. Berechnung der Nullstellen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 2\sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{2\pi}{3}\right) + 2 &= 0 \\ \sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{2\pi}{3}\right) &= -1 \Rightarrow \frac{1}{2}x - \frac{2\pi}{3} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{13}{3}\pi \end{aligned}$$

Allgemeine Nullstelle: Da die Minima alle auf der x-Achse liegen, haben die Nullstellen den Abstand von einer Periodenlänge:

$$\Rightarrow x_k = \frac{13}{3}\pi + k \cdot 4\pi \text{ mit } k = \pm 1, \pm 2, \dots$$

2. Bestimmung der Funktionsgleichung:



a. Auswertung der Graphik:

Aus dem Bild entnimmt man die Periodenlänge π die Amplitude $a = 2$, eine Verschiebung um 2 nach oben und eine Verschiebung um $\frac{\pi}{6}$ nach rechts.

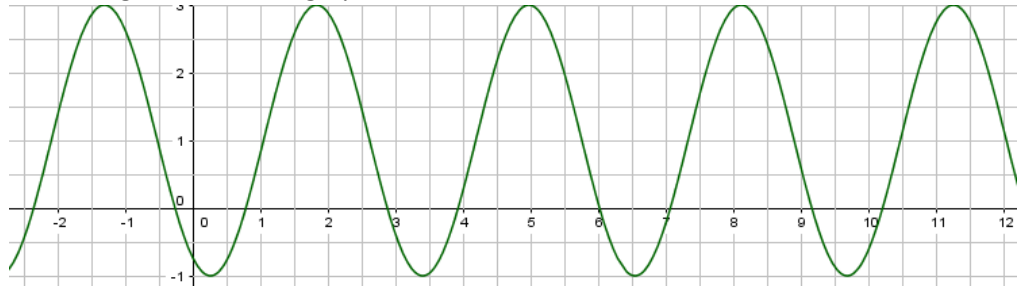
b. Angabe der Funktionsgleichung:

$$f(x) = 2 \cdot \sin\left(2 \cdot \left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right) + 1$$

$$f(x) = 2 \cdot \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1$$

3. Umsetzung eines Steckbriefes für eine Sinusfunktion:

a. Zeichnung des Funktionsgraphen:

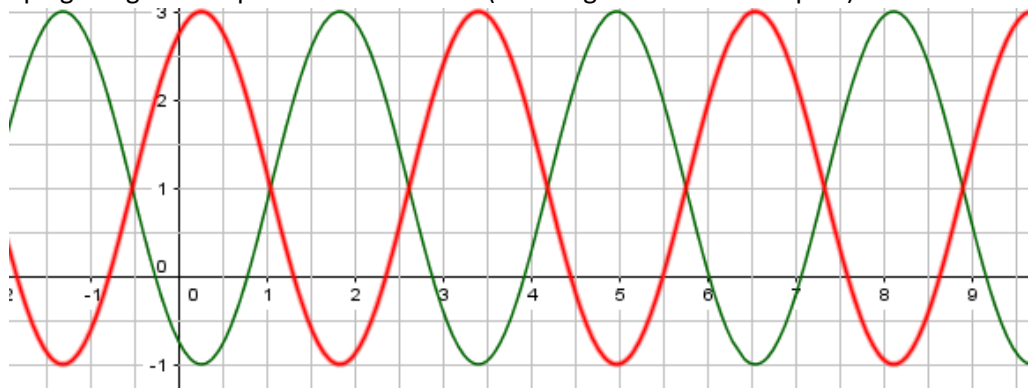


b. Angabe der Funktionsgleichung:

$$f(x) = 2 \cdot \sin\left(2 \cdot \left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right) + 1$$

c. Nullstellen (Allgemeine Nullstellenberechnung liegt über dem, Schulaufgaben-Niveau)

d. Spiegelung des Graphen an der x-Achse (Rot dargestellt in der Graphik)



Angabe der Funktionsgleichung für den gespiegelten Graphen:

$$f(x) = -2 \cdot \sin\left(2 \cdot \left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right) + 1$$

4. Entwicklung einer Funktionsgleichung aus einer Beschreibung des Graphens:

a. Berechnung der Periode und der Amplitude:

$$\frac{p}{2} = 5\pi - 2\pi = 3\pi \Rightarrow p = 6\pi \Rightarrow b = \frac{2\pi}{p} = \frac{1}{3}$$

Berechnung der Amplitude:

$$a = \frac{3 - 0}{2} = \frac{3}{2}$$

b. Verschiebungen des Graphens:

Nach oben um $d = \frac{3}{2}$ (da Minimum auf der x-Achse liegt)

Nach rechts um $\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6}$ (Das Maximum der unverschobenen Sinusfunktion liegt bei $\frac{\pi}{2}$)

c. Angabe der Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{3}{2} \cdot \sin\left(\frac{1}{3} \cdot \left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right) + \frac{3}{2}$$

d. Berechnung der Nullstellen (analoger Weg wie in Aufgabe 1)

$$x = \frac{13}{3}\pi + k \cdot 6\pi$$
$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

5. Steckbrief einer trigonometrischen Funktion

- a. Zusammenfassen also Steckbrief:

Amplitude: $a = \frac{3}{2}$

Gespiegelt an der x-Achse

Periodenlänge $p = \pi$

Verschoben nach rechts um $\frac{\pi}{2}$

Verschoben nach oben um 1

- b. Funktionsgleichung:

$$g(x) = \frac{3}{2} \sin \left(2 \cdot \left(x - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right) + 1$$