Übungsplan 3 - Lösungen

Aufgabe 1 - Wachstum

a) Wachstumsfunktion $f(x) = 150 \cdot 2^{\frac{x}{5d}}$

b) tägliche Wachstumsrate in %

$f(x) = (1+p)^x \cdot 150 \Rightarrow (1+p)^x = \left(2^{\frac{1}{5}}\right)^x$

$\Rightarrow 1+p = 2^{\frac{1}{5}} \Rightarrow p = 2^{\frac{1}{5}} - 1 \Rightarrow p = 14{,}9\,\%$

Aufgabe 2 - Logarithmusgleichung

$$\log_5(x-1) = \log_{25}(x+2) + \log_{25}(x-1)$$

1. Schritt: Definitionsmenge
(Argumente des Logarithmus müssen positiv sein)

$x-1 > 0 \Rightarrow x > 1$ $\quad x+2 > 0 \Rightarrow x > -2$

$\mathbb{D} =]1; +\infty[$

2. Schritt: Auf eine einheitliche Basis umschreiben

$$\log_5(x-1) = \frac{\log_{25}(x-1)}{\log_{25} 5} = \frac{\log_{25}(x-1)}{\frac{1}{2}} = 2\log_{25}(x-1)$$
$$= \log_{25}(x-1)^2$$

3. Schritt: Auflösen der Gleichung nach x

$$\log_{25}(x-1)^2 = \log_{25}(x+2) + \log_{25}(x-1)$$
$$\log_{25}(x-1)^2 = \log_{25}((x+2)\cdot(x-1))$$
$$\log_{25}(x-1)^2 = \log_{25}(x^2+x-2)$$
$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 = x^2 + x - 2$$
$$-3x = -3$$
$$x = 1 \notin \mathbb{D}$$

4. Schritt: Anschreiben der Lösungsmenge

$\mathbb{L} = \{\}$

3. Ganzrationale Funktion

$f(x) = x^3+2x^2-2x-1$

a) Bestimmung der Nullstellen

$f(x)=0 \Rightarrow x^3+2x^2-2x-1=0$ durch Raten $f(1)=0$

$(x^3+2x^2-2x-1):(x-1)=x^2+3x+1$
$-(x^3-x^2)$
$3x^2-2x$
$-(3x^2-3x)$
$x-1$
$x-1$
0

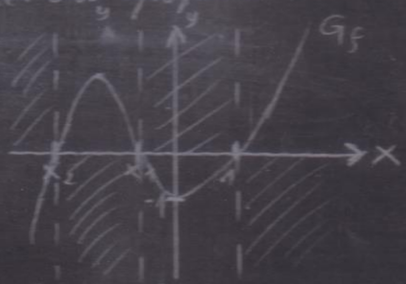
$x^2+3x+1=0$

$(x+\frac{3}{2})^2=-1+\frac{9}{4}$

$(x+\frac{3}{2})^2=\frac{5}{4} \Rightarrow x_1=-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}$, $x_2=-\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}$

b) Vorzeichentabelle und Skizze des Graphen

	x_2	x_1	1	
$x-x_2$	−	+	+	+
$x-x_1$	−	−	+	+
$x-1$	−	−	−	+
$f(x)$	−	+	−	+



Aufgabe 4 - gebrochenrationale Funktion

$f(x)=\frac{x^2-2x-3}{x+1}$

a) maximale Definitionsmenge: $x+1=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

Nullstellen: $x^2-2x-3=0 \Rightarrow (x-1)^2=4$
$\Rightarrow x_1=3$ und $x_2=-1$

b) Verhalten an der Definitionslücke

$\lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^-}\frac{(x+1)(x-3)}{x+1} = \lim_{x\to -1^-} x-3 = -4$

$\lim_{x\to -1^+} f(x) = \lim_{x\to -1^+}(x-3) = -4$

$\Rightarrow$ hebbare Definitionslücke an $x_0=-1$