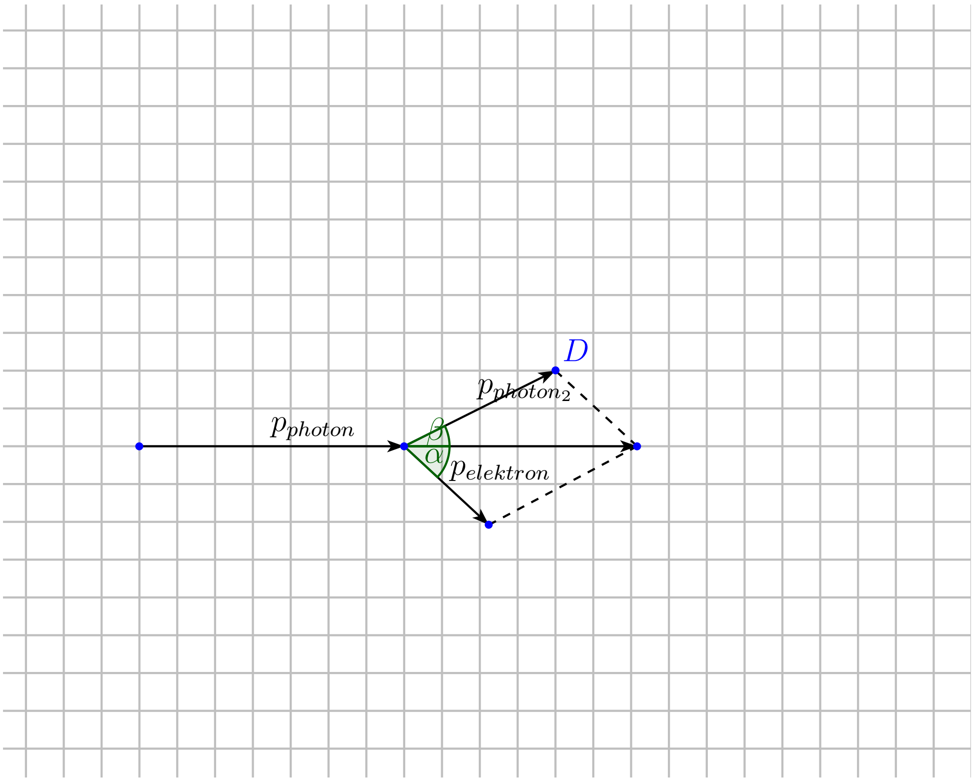
Der Versuch von Compton

Der englische Physiker Compton bestrahlte mit Hilfe einer Röntgenröhre Kristallkörper mit Röntgenphotonen. Dabe beobachtete er, dass die Wellenlänge sich vor und nach der Bestrahlung geändert hat. Historisch ist dieser Versuch ebenfalls als ein Bindeglied beim Übergang von der klassischen Mechanik zur Quantenmechanik zu sehen.

Compton's Deutung

Compton deutete die Beobachtung als Resultat des Stoßprozesses zwischen einem Photon und einem Elektron des Kristallkörpers. Dies läss sich wie folgt in einer Zeichnung darstellen:



Ziel ist es, den Unterschied der Wellenlänge $\Delta\lambda$ zu bestimmen.
Das Photon folgende Daten:

- ☐ vor dem Stoß:

$$E = hf_0$$

$$p = \frac{hf_0}{c}$$

☐ Nach dem Stoß

$$E = hf$$
$$p = \frac{hf}{c}$$

Für das Elektron gelten die folgenden Beziehungen:

☐ vor dem Stoß

$$E = m_0c^2$$
$$p = 0$$

☐ nach dem Stoß

$$E = \sqrt{c^2 p^2_{\text{elektron}} + m_0 c^4}$$
$$p_{\text{elektron}} = \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Aus der Energieerhaltung und der Impulserhaltung wird nun das eingangs gestellte Ziel realisierbar:

☐ Aus der oben angefertigten Zeichnung des Stoßvorgangs kann man nun den Impulserhaltungssatz über den Cosinussatz wie folgt darstellen:

$$p^2_{\text{elektron}} = p^2_{\text{photon2}} + p^2_{\text{photon}} - 2p_{\text{photon2}} \cdot p_{\text{photon}} \cos\beta$$

Mit den oben stehenden Beziehungen kommt man dann auf:

$$p^2_{\text{elektron}} = \frac{h^2}{c^2}\left(f^2 + f_0^2 - 2ff_0\cos\beta\right)$$

☐ Der Energiesatz für die vorgestellte Situation lautet:

$$\sqrt{c^2 p^2_{\text{elektron}} + m_0 c^4} = h(f_0 - f) + m_0 c^2$$

☐ Der Energiesatz wird quadriert : Dies liefert die erste Gleichung:

$$c^2 p^2_{\text{elektron}} + m_0 c^4 - = h^2(f^2 - 2ff_0 + f_0^2) + 2m_0 c^2 h(f_0 - f) + m_0 c^4$$

☐ Multipliziert man den vorher hergeleiteten Impulssatz mit c^2 dann erhält man eine zweite Gleichung:

$$c^2 p^2_{\text{Elektron}} = h^2(f^2 + f_0^2 - 2ff_0\cos\beta)$$

☐ Insgesamt hat man dann das nachstehende nichtlineare Gleichungssystem vorliegen:

$$c^2 p_{\text{elektron}}^2 = h^2(f^2 - 2ff_0 + f_0^2) + 2m_0c^2h(f_0 - f)$$
$$c^2 p_{\text{Elektron}}^2 = h^2(f^2 + f_0^2 - 2ff_0\cos\beta)$$

☐ Subtrahiert man nun die beiden Gleichungen voneinander, dann ergibt sich:

$$0 = h^2\left(-2ff_0 + 2ff_0\cos\beta\right) + 2m_0c^2h(f_0 - f)$$

Damit kann man nun noch durch h^2 dividieren und es ergibt sich dann:

$$2ff_0(1 - \cos\beta) = 2_{\frac{m_0c^2}{h}}\delta f$$

$$\Delta f = \frac{ff_0}{\frac{m_0c^2}{h}}(1 - \cos\beta)$$

$$\frac{\Delta f}{ff_0} = \frac{h}{m_0c^2}(1 - \cos\beta)$$

☐ Nun betrachten wir noch die linke Seite der Gleichung genauer und erhalten damit eine Beziehung zur Wellenlänge:

$$\frac{f_0 - f}{ff_0} = \frac{\frac{c}{\lambda_0} - \frac{c}{\lambda}}{\frac{c^2}{\lambda_0\cdot\lambda}} = \frac{1}{c}(\lambda - \lambda_0)$$

☐ Berücksichtigt man diese Beziehung noch, dann gilt:

$$\frac{1}{c}(\lambda - \lambda_0) = \frac{h}{m_0c^2}(1 - \cos\beta)$$

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\beta)$$

☐ m_0 ist dabei die Masse des Elektrons, die im weiteren als m_e bezeichnet wird. Es ist also $m_0 = m_\mathrm{e}$.

Unter der Comptonwellenlänge wird in der Fachsprache der folgende Ausdruck verstanden:

$$\lambda_0 = \frac{h}{m_\mathrm{e}c}$$

Für die Änderung der Wellenlänge bei dem Comptonexperiment gilt die Beziehung

$$\Delta\lambda = \lambda_0(1 - \cos\beta)$$

Historische Bedeutung des Versuchs

Aus den angestellten Überlegungen kann man nun folgende Aussagen treffen:

- ☐ Die Änderung der Wellenlänge hängt nicht von λ_0 ab, da diese einen konstanten Wert besitzt, wie oben gezeigt wurde.
- ☐ Der Versuch von Compton fordert ebenso wie der lichtelektrische Effekt, dass Licht auch Teilcheneigenschaften besitzen muss. Damit kann man den Versuch von Compton als Unterstützung in der Interpretation des lichtelektrischen Effekts ansehen.

Die Tatsache, dass Licht Teilcheneigenschaften und aber auch Welleneigenschaften wie Interferenz und Beugung besitzt, wird als Welle- Teilchen- Dualismus bezeichnet.