# 1 Die allgemeine Sinusfunktion

## 1 Die Sinusfunktion

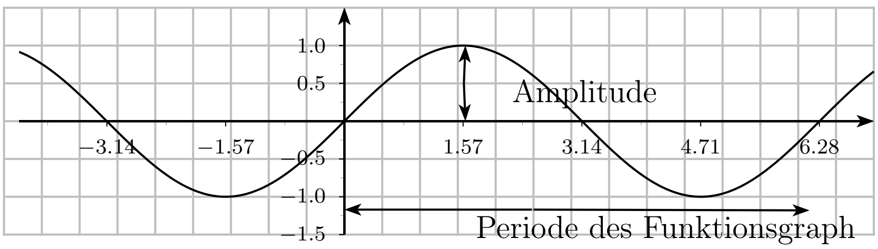
Wir untersuchen hier die Funktion mit der Funktionsvorschrift

$$f : x \mapsto f(x) = \sin x$$

Dabei ist zu beachten, dass $x$ im Bogenmaßangegeben wird. In der folgenden Wertetabelle sind die wichtigsten Werte, die es sich für hilfsmittelfreie Aufgabenstellung auswendig zu lernen lohnt:

| $x$ | $0$ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | $\pi$ | $\frac{7\pi}{6}$ | $\frac{4\pi}{3}$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{5\pi}{3}$ | $\frac{11\pi}{6}$ | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x) = \sin x$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | $1$ | $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | $\frac{1}{2}$ | $0$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | $-\frac{1}{2}$ | $0$ |

Der Graph dieser Funktion ist in dem nachfolgenden Koordinatensystem gezeichnet:




Der Graph einer Sinusfunktion besitzt folgende charakteristische Eigenschaften:

- Der Funktionsgraph ist periodisch, d.h. ab einem bestimmte $x$-Wert wiederholen sich die Funktionswerte. Die Periodenlänge betr bei der Sinusfunktion $p = 2\pi$.
- Die maximale Auslenkung von der $x$-Achse wird als Amplitude des Funktionsgraphen bezeichnet. Bei der Sinusfunktion gilt $a = 1$.

Die Nullstellen der Sinusfunktion haben jeweils den Abstand einer halben Periodenle und beginnen bei $x_0 = 0$. Damit kann man die $n$-te Nullstelle ausdrcken durch

$$x_n = n \cdot \pi$$

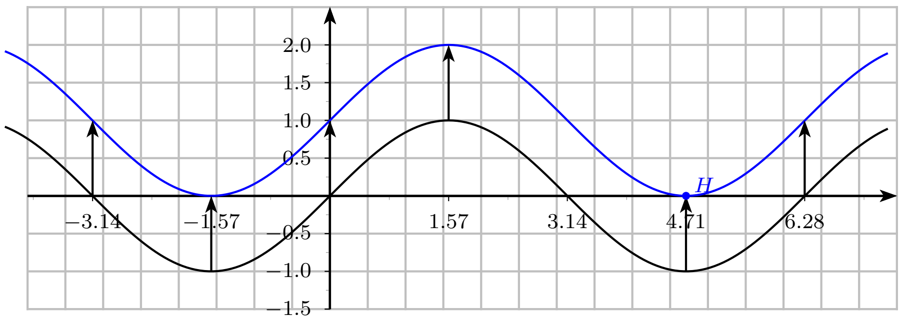
wobei $n$ eine natrliche Zahl ist.

## 2 Änderungen im Funktionsterm und die graphische Bedeutung

Man betrachtet nun die Funktionen

$$f: x \mapsto f(x) = \sin x + 1 \text{ und } g: x \mapsto g(x) = \sin x$$

und vergleicht die beiden Graphen miteinander:
In dem folgenden Diagramm sind die beiden Graphen der Funktionen gezeichnet:



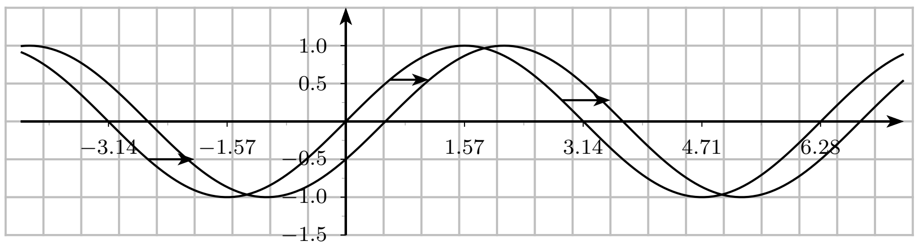

Vergleicht man die beiden Graphen miteinander, dann erkennt man, dass der Graph der Funktion $f(x)$ gegenüber dem Graphen der Funktion $g(x)$ um 1 nach oben verschoben ist. Allgemein kann man die folgende Aussage treffen:

| |
|---|
| Der Graph der Funktion $f(x) = \sin x + d$ ist gegenber dem Funktionsgraphen der Funktion $g(x) = \sin x$ um $d$ nach oben verschoben, wenn $d$ positiv ist und um $d$ nach unten verschoben, wenn $d$ negativ ist. |

Im zweiten Schritt betrachtet man die Funktionen

$$f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \text{ und } g(x) = \sin x$$

Die beiden Graphen sind in dem nachfolgenden Diagramm



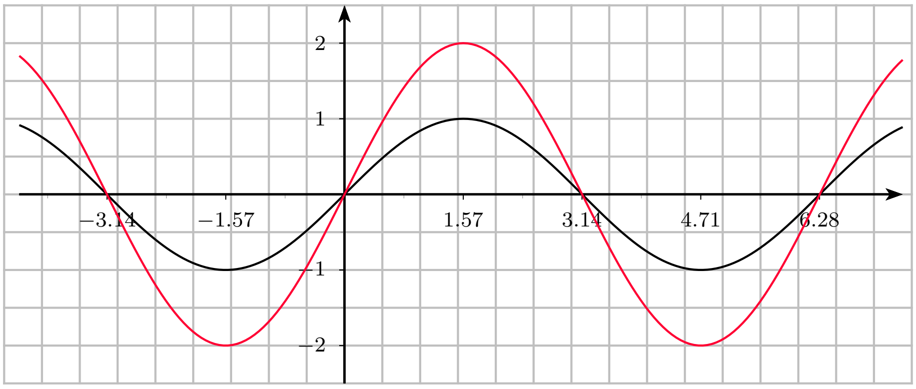

Man erkennt, dass der Graph der Funktion um $\frac{\pi}{6}$ nach rechts verschoben ist. Dies kann man allgemein wie folgt fassen:

| |
|---|
| Der Graph der Funktion $f(x) = \sin(x+c)$ ist gegenber den Graphen $g(x) = \sin x$ um $c$ nach rechts verschoben, wenn $c$ negativ ist und um $c$ nach links verschoben, wenn $c$ positiv ist. |

Im weiteren werden die Funktionsgraphen der Funktionen

$$f(x) = 2\sin x \,\text{und}\, g(x) = \sin x$$

in dem folgenden Koordinatensystem gezeichnet:




Man erkennt, dass der Graph der Funktion $f(x)$ gegenber dem der Graph von $g(x)$ die doppelt so großwie die der Funktion $f(x)$.

| |
|---|
| Der Graph der Funktion $f(x) = a \cdot \sin x$ ist gegenber dem Graphen der Funktion $g(x) = \sin x$ um $a$ gestreckt, wenn $a$ größer als 1 ist und um den Faktor $a$ gestaucht, wenn $a$ größer als 0 und kleiner als 1 ist. |

Als letztes vergleicht man nun noch die Graphen der Funktion

$$f(x) = \sin(2x) \,\text{und}\, g(x) = \sin x$$

Die beiden Funktionsgraphen