

Quantenmechanik& Wahrscheinlichkeit

„Der liebe Gott würfelt nicht!“
Albert Einstein um 1923

Quantenmechanik& Wahrscheinlichkeit

„Der liebe Gott würfelt nicht!“

Albert Einstein um 1923

Mit diesem Ausspruch brachte Albert Einstein sein Missfallen über die neue Richtung der Quantenmechanik aus, in der die Wahrscheinlichkeit eine dominante Rolle einzunehmen begann.

Quantenmechanik & Wahrscheinlichkeit

„Der liebe Gott würfelt nicht!“

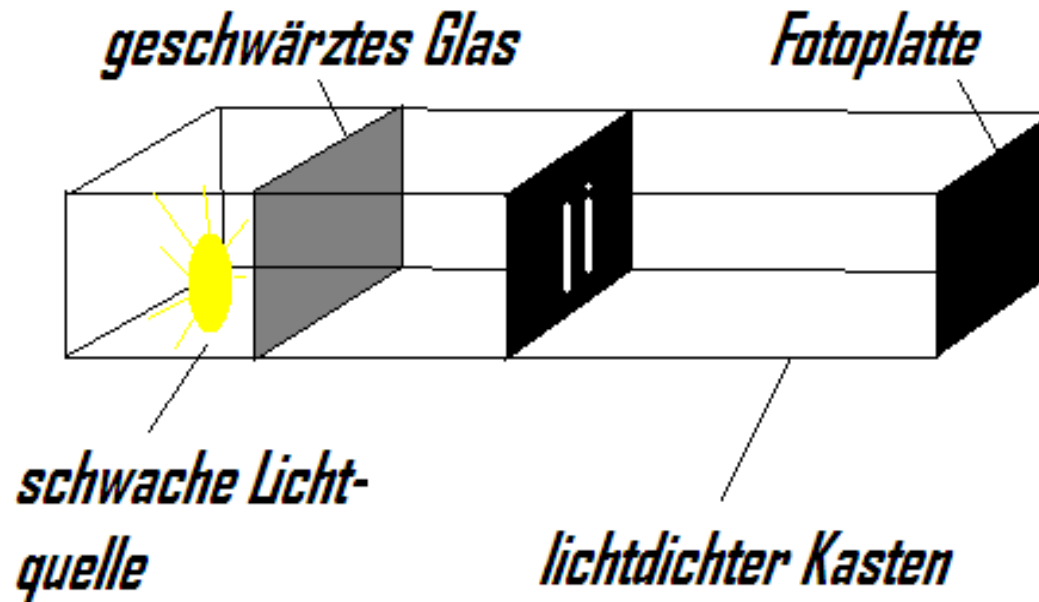
Albert Einstein um 1923

Mit diesem Ausspruch brachte Albert Einstein sein Missfallen über die neue Richtung der Quantenmechanik aus, in der die Wahrscheinlichkeit eine dominante Rolle einzunehmen begann.

Dies begann mit einer neuen quantenmechanischen Deutung Des Doppelspaltexperiments, das durch den englischen Physiker Taylor wie folgt abgewandelt wurde:

Quantenmechanik & Wahrscheinlichkeit

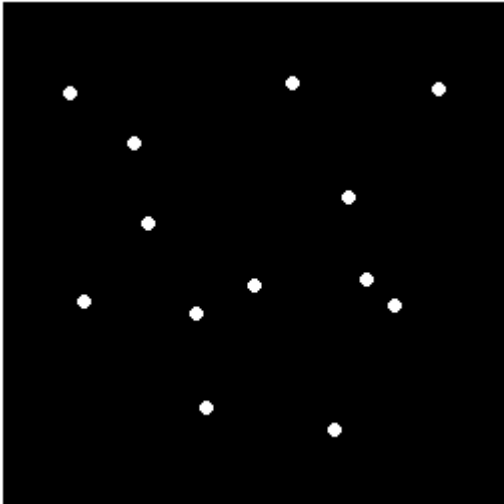
Versuchsaufbau von Talyor:



Mit diesem Versuchsaufbau konnte Young einzelne Photonen durch den Doppelspalt schicken.

Quantenmechanik & Wahrscheinlichkeit

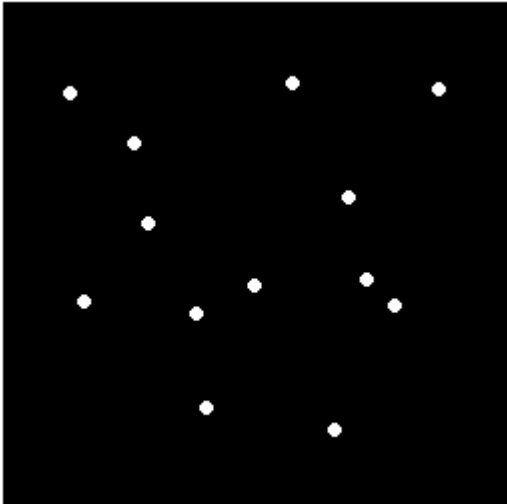
Ergebnis des Experiments:



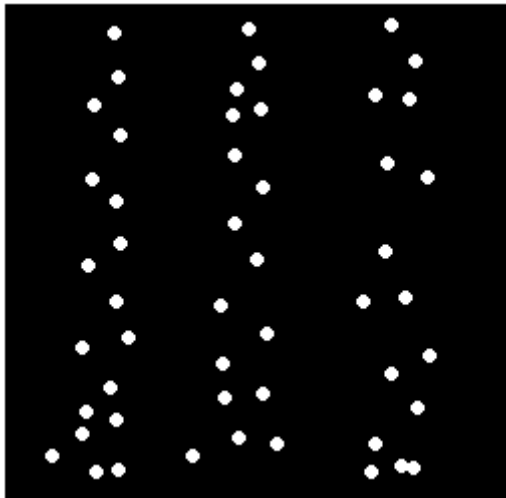
Kurze Belichtungszeit:

Quantenmechanik & Wahrscheinlichkeit

Ergebnis des Experiments:



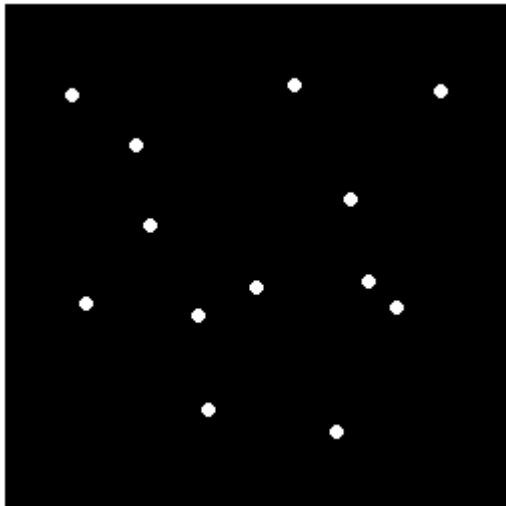
Kurze Belichtungszeit:



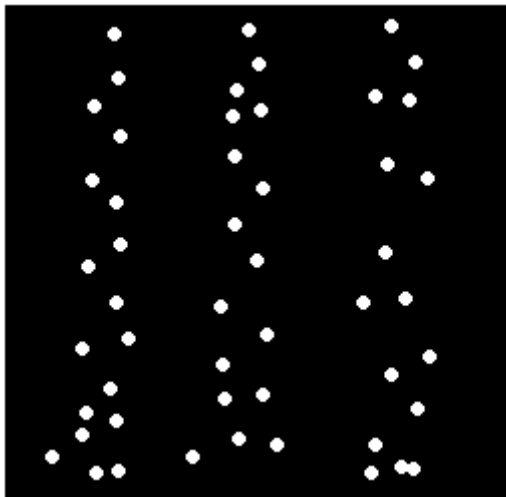
1 Tag Belichtungszeit

Quantenmechanik & Wahrscheinlichkeit

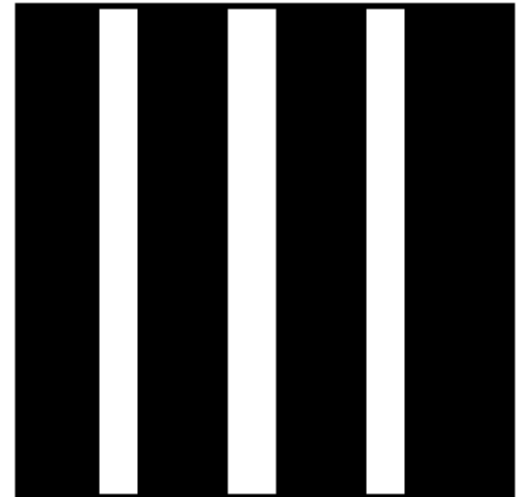
Ergebnis des Experiments:



Kurze Belichtungszeit:



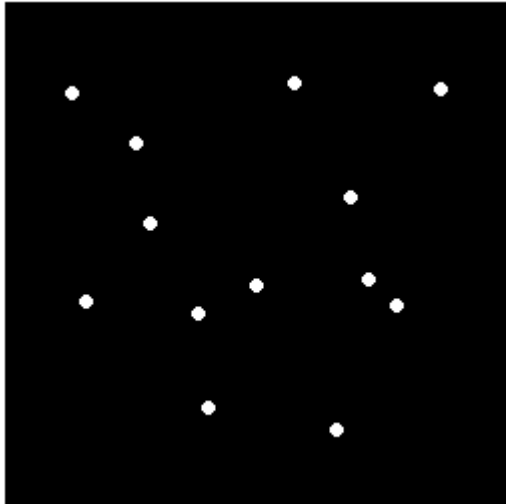
1 Tag Belichtungszeit



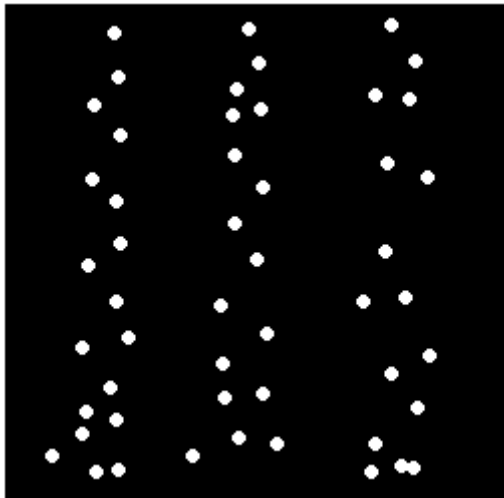
3 Tage Belichtungszeit

Quantenmechanik & Wahrscheinlichkeit

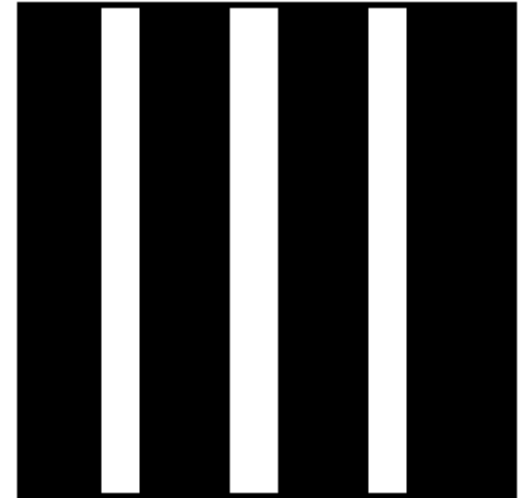
Ergebnis des Experiments:



Kurze Belichtungszeit:
Völlig willkürliche An-
ordnung der Photonen



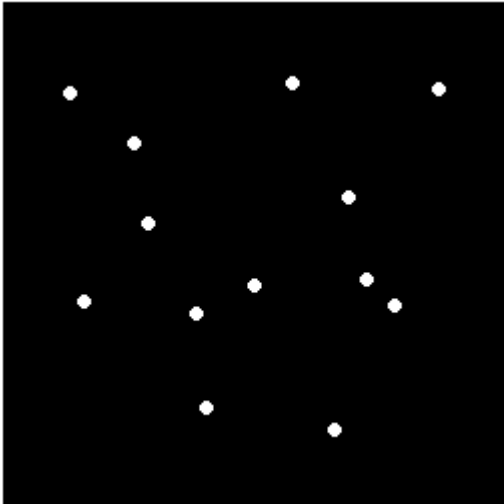
1 Tag Belichtungszeit



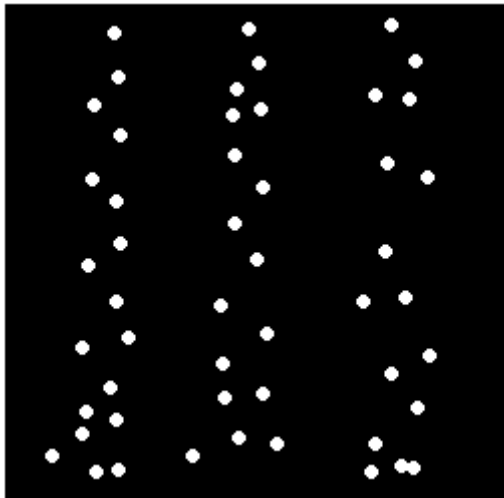
3 Tage Belichtungszeit

Quantenmechanik & Wahrscheinlichkeit

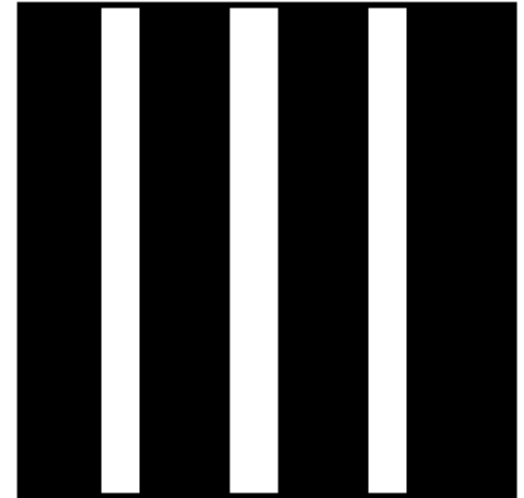
Ergebnis des Experiments:



Kurze Belichtungszeit:
Völlig willkürliche An-
ordnung der Photonen



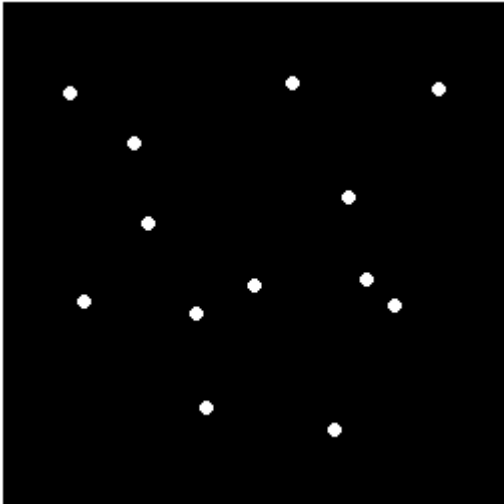
1 Tag Belichtungszeit
Die willkürliche Anord-
nung erält eine allmähliche
struktur.



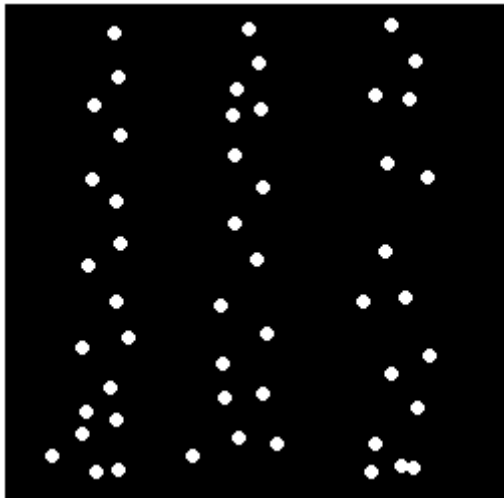
3 Tage Belichtungszeit

Quantenmechanik & Wahrscheinlichkeit

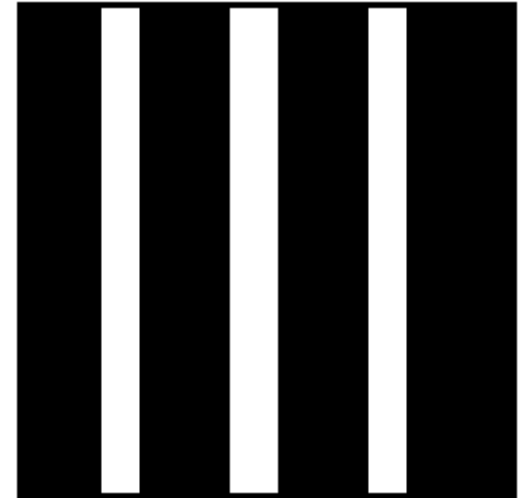
Ergebnis des Experiments:



Kurze Belichtungszeit:
Völlig willkürliche An-
ordnung der Photonen



1 Tag Belichtungszeit
Die willkürliche Anord-
nung erhält eine allmähliche
Struktur.



3 Tage Belichtungszeit
Es zeigt sich das ge-
wohnte Interferenz-
bild.

Quantenmechanik & Wahrscheinlichkeit

Deutung des Taylorschen Doppelspaltversuchs:

Ein Photon trifft nach der Passage des Doppelspalts willkürlich auf der Fotoplatte auf.

Ein zeitlich längerer Ablauf des Doppelspaltexperiments zeigt, dass die Wahrscheinlichkeit für das Auftreffen der Photonen an unterschiedlichen Orten einen unterschiedlichen Wert besitzt.

Ein langer zeitlicher Ablauf des Experiments zeigt, dass die Auftreffwahrscheinlichkeit bei den Interferenzmaxima den höchstens Wert annehmen muss.

Mathematisch: Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreffen des Photons hängt von der Wellenfunktion ab.

Quantenmechanik& Wahrscheinlichkeit

Ziel: Finden ein Maß für die Auftreffwahrscheinlichkeit eines Photons.

Quantenmechanik& Wahrscheinlichkeit

Ziel: Finden ein Maß für die Auftreffwahrscheinlichkeit eines Photons.

Um dieses Ziel zu erreichen wird eine Lichtwelle oder eine Materialwelle als statistische Funktion gedeutet, die eine Ortsangabe unter einer bestimmten Wahrscheinlichkeit angibt.

Quantenmechanik& Wahrscheinlichkeit

Ziel: Finden ein Maß für die Auftreffwahrscheinlichkeit eines Photons.

Um dieses Ziel zu erreichen wird eine Lichtwelle oder eine Materialwelle als statistische Funktion gedeutet, die eine Ortsangabe unter einer bestimmten Wahrscheinlichkeit angibt.

Diese Funktion ist auf den komplexen Zahlen definiert und hat die Form

$$\psi(x) = \psi_0(\cos(x) + i \cdot \sin(x))$$

besitzt. i ist dabei die imaginäre Einheit, deren Quadrat -1 ist.

Quantenmechanik & Wahrscheinlichkeit

Ziel: Finden ein Maß für die Auftreffwahrscheinlichkeit eines Photons.

Um dieses Ziel zu erreichen wird eine Lichtwelle oder eine Materialwelle als statistische Funktion gedeutet, die eine Ortsangabe unter einer bestimmten Wahrscheinlichkeit angibt.

Diese Funktion ist auf den komplexen Zahlen definiert und hat die Form

$$\psi(x) = \psi_0 (\cos(x) + i \cdot \sin(x))$$

besitzt. i ist dabei die imaginäre Einheit, deren Quadrat -1 ist.

Der reale Ort, an dem sich ein Photon oder Teilchen befindet ist das Produkt aus dem Ort mit der Aufenthaltswahrscheinlichkeit dafür, dass sich ein Teilchen an diesem Ort aufhält.

Quantenmechanik & Wahrscheinlichkeit

Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit ist eine reale Größe, die man aus dem Produkt der Wellenfunktion mit ihrem komplex konjugierten erhält. Das komplex konjugierte unterscheidet sich nur durch das Vorzeichen vor dem Term mit der imaginären Einheit:

$$\bar{x} = x \cdot \psi(x) \cdot \psi^*(x)$$

$$\bar{x} = x \psi_0 \cdot (\cos(x) + i \sin(x)) \cdot \psi_0 (\cos(x) - i \sin(x))$$

$$\bar{x} = x \psi_0^2 (\cos^2 x + \sin^2 x)$$

Quantenmechanik & Wahrscheinlichkeit

Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit ist eine reale Größe, die man aus dem Produkt der Wellenfunktion mit ihrem komplex konjugierten erhält. Das komplex konjugierte unterscheidet sich nur durch das Vorzeichen vor dem Term mit der imaginären Einheit:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= x \cdot \psi(x) \cdot \psi^*(x) \\ \bar{x} &= x \psi_0 \cdot (\cos(x) + i \sin(x)) \cdot \psi_0 (\cos(x) - i \sin(x)) \\ \bar{x} &= x \psi_0^2 (\cos^2 x + \sin^2 x)\end{aligned}$$

Interpretiert man nun noch in der letzten Zeile den Term

$$\psi_0^2 (\cos^2 x + \sin^2 x)$$

Als eine Vektorangabe im Gaußschen Zahlenraum, dann kann man den Term als Betragsquadrat von dieser Funktion deuten:

Quantenmechanik & Wahrscheinlichkeit

Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit ist eine reale Größe, die man aus dem Produkt der Wellenfunktion mit ihrem komplex konjugierten erhält. Das komplex konjugierte unterscheidet sich nur durch das Vorzeichen vor dem Term mit der imaginären Einheit:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= x \cdot \psi(x) \cdot \psi^*(x) \\ \bar{x} &= x \psi_0 \cdot (\cos(x) + i \sin(x)) \cdot \psi_0 (\cos(x) - i \sin(x)) \\ \bar{x} &= x \psi_0^2 (\cos^2 x + \sin^2 x)\end{aligned}$$

Interpretiert man nun noch in der letzten Zeile den Term

$$\psi_0^2 (\cos^2 x + \sin^2 x)$$

Als eine Vektorangabe im Gaußschen Zahlenraum, dann kann man den Term als Betragsquadrat von dieser Funktion deuten:

$$\psi_0^2 (\cos^2 x + \sin^2 x) = |\psi(x)|^2$$

Quantenmechanik & Wahrscheinlichkeit

Damit stellt der Term

$$\psi_0^2(\cos^2 x + \sin^2 x) = |\psi(x)|^2$$

Ein Maß für die Aufenthaltswahrscheinlichkeit dar und wird als Wahrscheinlichkeitsdichte definiert:

$$P(x) = |\psi(x)|^2$$

Ist die Wahrscheinlichkeitsdichte für den Aufenthaltsort eines Quantenobjekts im Raum.

Damit ist dieses Konzept ist von den Lichtwellen auch auf die Materialwellen übertragbar.